

Laboratorium Metod i Algorytmów Sterowania Cyfrowego

Ćwiczenie 4

Projektowanie cyfrowych korektorów nieodpornych i odpornych

I. Cel ćwiczenia

1. Poznanie zasad projektowania cyfrowych regulatorów dedykowanych do zadanego obiektu.
2. Projektowanie korektorów nieodpornych dla zadanych parametrów dynamicznych układu po korekcji.
3. Projektowanie korektorów odpornych dla zadanych parametrów dynamicznych układu po korekcji.
4. Porównanie właściwości korektorów odpornych oraz nieodpornych.

II. Ramowy program ćwiczeń

1. Wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne obiektu $G_0(s)$ (przed korekcją):

$$\text{A} \quad G_0(s) = \frac{1}{(Ns + 1) \cdot (Is + 1)}$$

$$\text{B} \quad G_0(s) = \frac{N^2 + (2 \cdot I)^2}{(s + N - j2 \cdot I) \cdot (s + N + j2 \cdot I)}$$

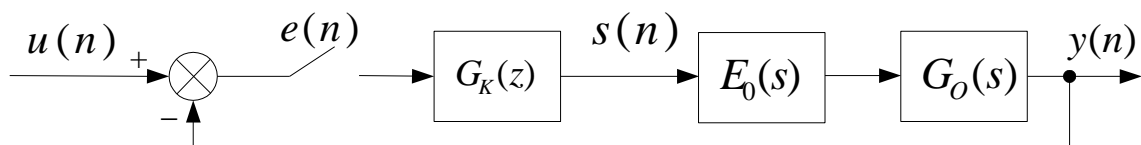
- na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy zadanego obiektu, dobrać odpowiednią częstotliwość próbkowania (f_p),
2. Obliczyć cyfrowy odpowiednik transmitancji obiektu regulacji $G_{0E}(z)$ z uwzględnieniem próbkowania i ekstrapolacji (założyć ekstrapolację zerowego rzędu).
 3. Zaprojektować korektor nieodporny do zadanego obiektu, w układzie jak na Rys. 1 (**Dodatek**):
 - a) określić transmitancję korektora $G_K(z)$ przy założeniu, że układ po korekcji $K(z)$ ma być minimalno-czasowy (ocenić realizowalność układu),
 - wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
 - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,
 - ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania ($s(n)$).
 - b) określić transmitancję korektora $G_K(z)$ przy założeniu, że odpowiedź układu po zastosowaniu korektora ma charakter inercyjny o czasie ustalenia trzykrotnie krótszym niż ten, który zaobserwowano dla obiektu przed korekcją $G_0(s)$ (punktem wyjścia do określenia $K(z)$ może być transmitancja obiektu ciągłego),
 - wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
 - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,
 - ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania ($s(n)$),
 - porównać działanie z układem z punktu II.3a (ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych oraz sygnałów sterujących w obu układach).

- c) wyznaczyć transmitancję korektora $G_K(z)$ przez zadanie biegunów transmitancji $K(z)$, w taki sposób, aby osiągnąć założone parametry dynamiczne układu po korekcji (odpowiednie przeregulowanie i czas ustalenia):
- wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
 - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,
 - ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania ($s(n)$),
 - porównać działanie z układami z punktów II.3a i II.3b (ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych oraz sygnałów sterujących w tych układach).
4. Zaprojektować korektor odporny do zadanego obiektu, w układzie jak na Rys. 1:
- określić transmitancję korektora $G_K(z)$ przy założeniu, że układ po zastosowaniu korektora $K(z)$ ma być minimalno-czasowy (ocenić realizowalność układu),
 - wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
 - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,
 - ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania ($s(n)$).
5. Zbadać odporność korektorów na zmiany parametrów obiektu regulacji:
- w tym celu należy zaprojektować korektory dla obiektu o transmitancji $G_0(s)$ (tak jak opisano to powyżej) a następnie sprawdzić ich działanie w sytuacji, gdy rzeczywista transmitancja obiektu $G'_0(s)$ odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania (Rys. 3. - **Dodatek**).
 - test taki, przeprowadzić dla korektorów z punktu II.3a oraz II.4 (przyjąć te same bieguny dla obu korektorów). Wyniki porównać.

III. Dodatek

1. Projektowanie korektora nieodpornego.

Zakładamy, że projektowany korektor $G_K(z)$ ma pracować w układzie przedstawionym na Rys. 1.



Rys. 1. Układ regulacji z ujemnym sprzężeniem zwrotnym.

Jeśli projektowany korektor ma być dedykowany dla obiektu o transmitancji $G_0(s)$, to jego transmitancja może być obliczona zgodnie z następującą zależnością:

$$G_K(z) = \frac{K(z)}{1 - K(z)} \cdot \frac{1}{G_{OE}(z)} \quad (1)$$

gdzie:

$G_{OE}(z)$ – cyfrowy odpowiednik transmitancji obiektu regulacji $G_0(s)$ z uwzględnieniem próbkowania i ekstrapolacji,

$K(z)$ – założona – w procesie projektowania – transmitancja układu zamkniętego (z Rys.1.) po zastosowaniu korektora $G_K(z)$.

Dobierając transmitancję $K(z)$ należy pamiętać, że aby korekcja była realizowalna, to musi być spełniony warunek

$$n_t - n_h \geq n_a - n_b \quad (2)$$

gdzie:

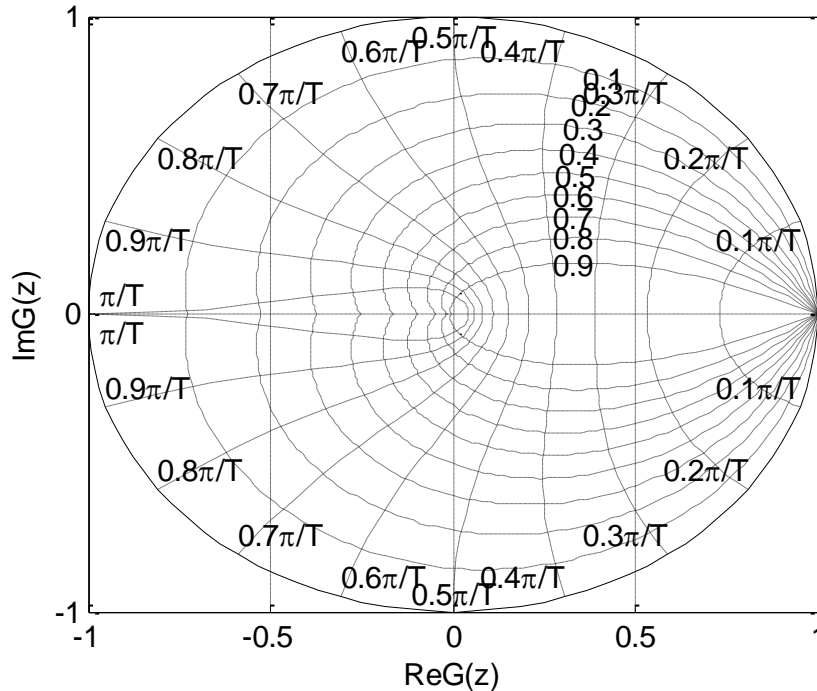
n_b – stopień wielomianu licznika transmitancji obiektu $G_{0E}(z)$,

n_a – stopień wielomianu mianownika transmitancji obiektu $G_{0E}(z)$,

n_h – stopień wielomianu licznika transmitancji układu zamkniętego po korekcji $K(z)$,

n_t – stopień wielomianu mianownika transmitancji układu zamkniętego po korekcji $K(z)$.

Projektując korektor cyfrowy przez zadanie biegunów układu po korekcji (patrz punkt II.3c) można posłużyć się charakterystyką przedstawioną na Rys. 2 (można ją wygenerować w Matlab'ie używając komendy 'zgrid').



Rys. 2. Krzywe stałego współczynnika tłumienia (n) oraz stałej pulsacji własnej (ω_n) na płaszczyźnie z .

Powyższy rysunek ilustruje w jaki sposób rozmieszczenie biegunów obiektu dyskretnego wpływa na wartości współczynnika tłumienia (n) oraz pulsacji własnej (ω_n) obiektu drugiego rzędu. Te dwie wielkości, z kolei, determinują wartości przeregulowania

$$\Delta y_{\max \%} = 100 \exp\left(\frac{-\pi n}{\sqrt{1-n^2}}\right) \rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{100\%}{\Delta y_{\max \%}}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{100\%}{\Delta y_{\max \%}}\right)}} \quad (3)$$

i czasu ustalenia

$$t_{u2\%} = 4 \frac{1}{n\omega_n} \rightarrow \omega_n = \frac{4}{t_{u2\%} n} \quad (4)$$

Należy jednak mieć na uwadze, że powyższe wzory zostały wyznaczone dla obiektu ciągłego o transmitancji:

$$K(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2n\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s-s_1)(s-s_2)} \quad (5)$$

Niesie to sobą pewne konsekwencje:

– żądane przeregulowanie oraz czas ustalenia (obliczone według (3) i (4)) uzyskamy tylko wtedy, gdy rozważany układ będzie obiektem drugiego rzędu (tzn. zadajemy dwa bieguny: rzeczywiste bądź zespolone-sprężone),

- w przypadku większej liczby biegunów należy pamiętać o tym, że na dynamikę układu większy wpływ mają bieguny ‘wolniejsze’ (położone bliżej osi liczb urojonych w przypadku obiektu ciągłego lub dalej od środka układu współrzędnych płaszczyzny z gdy rozważamy obiekt dyskretny),
- zadając bieguny transmitancji ($[z_1, z_2, \dots, z_n]$) układu po korekcji $K(z)$ określamy jedynie licznik tej transmitancji

$$K(z) = \frac{k}{(z - z_n)(z - z_{n-1}) \dots (z - z_1)} \quad (6)$$

W związku z tym, aby osiągnąć odpowiednią wartość na wyjściu układu w stanie ustalonym, trzeba dobrać właściwą wartość współczynnika k (można tego dokonać analizując przebieg odpowiedzi na skok jednostkowy obiektu o przyjętej transmitancji $K(z)$ dla $k=1$).

2. Projektowanie korektora odpornego.

Zakładamy, że projektowany korektor $G_K(z)$ ma pracować w układzie przedstawionym na Rys. 1. Wtedy tok postępowania przy projektowaniu korektora odpornego przebiega w następujący sposób:

KROK 1. Na podstawie warunków realizowalności (7) należy określić stopnie wielomianów $T(z)$, $G(z)$ oraz $F(z)$ występujących w równaniu syntezy (13).

$$\left. \begin{aligned} n_g &= n_a - 1 \\ n_f &\geq n_g \\ n_t &\geq n_a + n_f \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

gdzie:

n_b – stopień wielomianu licznika transmitancji obiektu $G_{OE}(z)$,

n_a – stopień wielomianu mianownika transmitancji obiektu $G_{OE}(z)$,

n_g – stopień wielomianu licznika poszukiwanej transmitancji korektora $G_K(z)$,

n_f – stopień wielomianu mianownika poszukiwanej transmitancji korektora $G_K(z)$,

n_t – stopień wielomianu mianownika transmitancji układu zamkniętego po korekcji $K(z)$.

oraz

$$G_k(z) = \frac{G(z)}{F(z)} \quad (8)$$

$$G_{OE}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (9)$$

$$K(z) = B(z) \frac{G(z)}{T(z)} \quad (10)$$

Warunki zdefiniowane w równaniu (7) można uprościć jeśli założymy, że zaprojektowany korektor ma być najniższego możliwego rzędu:

$$\left. \begin{aligned} n_g &= n_a - 1 \\ n_f &= \max(n_g, n_b) \\ n_t &= n_a + n_f \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

W ten sposób można określić ogólny wzór poszukiwanej transmitancji korektora:

$$G_k(z) = \frac{g_{n_g} z^{n_g} + g_{n_g-1} z^{n_g-1} + \dots + g_1 z + g_0}{z^{n_f} + f_{n_f-1} z^{n_f-1} + \dots + f_1 z + f_0} = \frac{G(z)}{F(z)} \quad (12)$$

KROK 2. Stosownie do pożądaných właściwości układu zamkniętego po korekcji należy zadać mianownik $T(z)$ transmitancji $K(z)$

$$T(z) = t_n z^n + t_{n-1} z^{n-1} + \dots + t_1 z + t_0 \quad (13)$$

Miejsca zerowe tego wielomianu decydują o dynamice układu po korekcji, zaś zasady doboru biegunów transmitancji $K(z)$ korektora odpornego są podobne, jak te opisane dla korektora nieodpornego (pkt III.1.), z tym że tutaj nie mamy bezpośredniego wpływu na postać licznik tej transmitancji (patrz (10)), a zera wielomianu tego licznika będą również wpływały na właściwości dynamiczne układu po korekcji.

KROK 3. Obliczamy współczynniki wielomianów $G(z)$ i $F(z)$ rozwiązując wielomianowe równanie syntezy

$$A(z)F(z) + B(z)G(z) = T(z) \quad (14)$$

Powyższe równanie po uporządkowaniu

$$\begin{aligned} & z^{ng+nf} (x_{1,1} f_{nf-1} + \dots + x_{1,nf} f_0 + x_{1,nf+1} g_{ng} + \dots + x_{1,ng+nf+1} g_0) + \\ & z^{ng+nf-1} (x_{2,1} f_{nf-1} + \dots + x_{2,nf} f_0 + x_{2,nf+1} g_{ng} + \dots + x_{2,ng+nf+1} g_0) + \dots + \\ & (x_{ng+nf+1,1} f_{nf-1} + \dots + x_{ng+nf+1,nf} f_0 + x_{ng+nf+1,nf+1} g_{ng} + \dots + x_{ng+nf+1,ng+nf+1} g_0) = \\ & y_1 z^{ng+nf} + y_2 z^{ng+nf-1} + \dots + y_{ng+nf+1} \end{aligned} \quad (15)$$

i porównaniu stronami współczynników przy odpowiednich potęgach z można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,ng+nf+1} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,ng+nf+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{ng+nf+1,1} & x_{ng+nf+1,2} & \dots & x_{ng+nf+1,ng+nf+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{nf-1} \\ \vdots \\ f_0 \\ g_{ng} \\ \vdots \\ g_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{ng+nf+1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

gdzie x oraz y są znane.

W związku z powyższym poszukiwane współczynniki transmitancji korektora $G_k(z)$ można policzyć w następujący sposób (można w tym celu wykorzystać Matlab'a):

$$\begin{bmatrix} f_{nf-1} \\ \vdots \\ f_0 \\ g_{ng} \\ \vdots \\ g_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,ng+nf+1} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,ng+nf+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{ng+nf+1,1} & x_{ng+nf+1,2} & \dots & x_{ng+nf+1,ng+nf+1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{ng+nf+1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

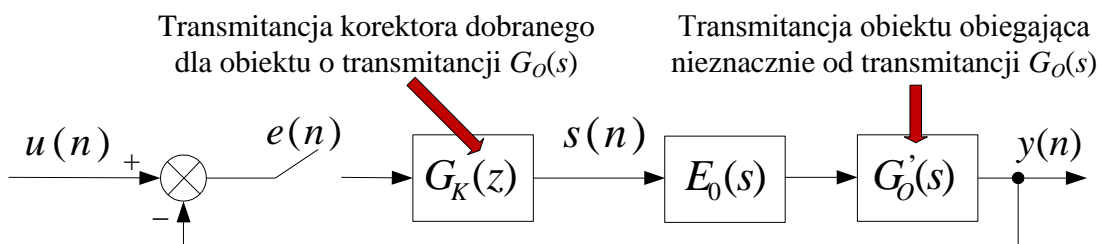
3. Test odporności korektorów.

Odporność korektora oznacza tolerancję dla błędów powstałych podczas identyfikacji (niewłaściwa struktura modelu lub aproksymacja transmitancji obiektu regulacji) lub dla zmian

parametrów obiektu (współczynnik wzmocnienia, stałe czasowe, opóźnienie) w czasie jego działania.

Pożądane jest, aby nawet jeśli model matematyczny obiektu przyjęty w procesie projektowania nie był prawidłowy, to układ regulacji będzie stabilny a jego regulacja bliska optymalnej.

W związku z powyższym, aby zbadać odporność korektora należy zaprojektować korektor dla obiektu o transmitancji $G_0(s)$ (tak jak opisano w punktach II3a, b,c i II4) a następnie sprawdzić jego działanie w sytuacji, gdy rzeczywista transmitancja obiektu $G'_0(s)$ odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania, patrz Rys. 3. Należy pamiętać, aby obiekt sterowania po modyfikacji transmitancji $G_0(s)$ był wciąż minimalnofazowy.



Rys. 3. Schemat układu to analizy odporności zaprojektowanych korektorów.

4. Przydatne komendy.

Projektując korektory można posłużyć się następującymi komendami dostępnymi w programie Matlab:

c2dm
feedback
series
zgrid
ginput
help