Laboratorium Metod i Algorytmów Sterowania Cyfrowego

Ćwiczenie 5

Projektowanie korektora modalnego

I. Cel ćwiczenia

1. Poznanie zasad projektowania cyfrowych regulatorów modalnych (stanowych).
2. Analiza pracy korektora modalnego, w układzie w którym wszystkie zmienne stanu są dostępne pomiarowo.
3. Analiza pracy korektora modalnego, w układzie w którym zmienne stanu nie są dostępne pomiarowo.
4. Badanie odporności regulatorów, o których mowa w punktach I.2 oraz I.3.

II. Ramowy program ćwiczeń

1. Wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne obiektu $G_0(s)$ (przed korekcją):

A
$$G_0(s) = \frac{1}{(Ns+1)\cdot(Is+1)}$$

B
$$G_0(s) = \frac{N^2+(2\cdot I)^2}{(s+N-j2\cdot I)\cdot(s+N+j2\cdot I)}$$

– na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy zadanego obiektu dobrać odpowiednią częstotliwość próbkowania.

2. Określić wartości macierzy wzmocnienia od zmiennych stanu korektora modalnego $\boldsymbol{K}$ pracującego w układzie, w którym dostępne są wszystkie zmienne stanu, patrz Rys. 1. (**Dodatek**).

– przed przystąpieniem do projektowania należy sprawdzić sterowalność zadanego obiektu,

– dobrany korektor powinien w założony przez studenta sposób poprawić wybrane parametry dynamiczne układu,

– wykonać model układu regulacji w programie Simulink,

– zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,

– przeskalować odpowiednio sygnał zadany, tak aby w stanie ustalonym uchyb regulacji wynosił 0,

– ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania.

3. Określić wartości macierzy wzmocnienia od zmiennych stanu korektora modalnego $\boldsymbol{K}$ pracującego w układzie, w którym nie są dostępne wszystkie zmienne stanu, patrz Rys. 2. (**Dodatek**).

– obliczyć cyfrowy model stanowy obiektu regulacji [$\boldsymbol{A_D}$,$\boldsymbol{B_D}$,$\boldsymbol{C_D}$,$\boldsymbol{D_D}$] z uwzględnieniem próbkowania i ekstrapolacji (założyć ekstrapolację zerowego rzędu),

– przed przystąpieniem do projektowania należy sprawdzić sterowalność zadanego obiektu,

– dobrany korektor powinien w założony przez studenta sposób poprawić wybrane parametry dynamiczne układu (można przyjąć te same założenia co w punkcie II.2),

– wykonać model układu regulacji w programie Simulink,

– zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,

– przeskalować odpowiednio sygnał zadany, tak aby w stanie ustalonym uchyb regulacji wynosił 0,

– ocenić jakość regulacji oraz przeprowadzić dyskusję ‘intensywności’ sterowania,

– porównać działanie z układem z punktu II.2 (ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych oraz sygnałów sterujących w obu układach).

4. Zbadać odporność korektorów z punktów II.2 oraz II.3 na zmiany parametrów obiektu regulacji.

   – zaprojektować korektory dla obiektu o transmitancji $G_0(s)$ (tak jak opisano to powyżej),

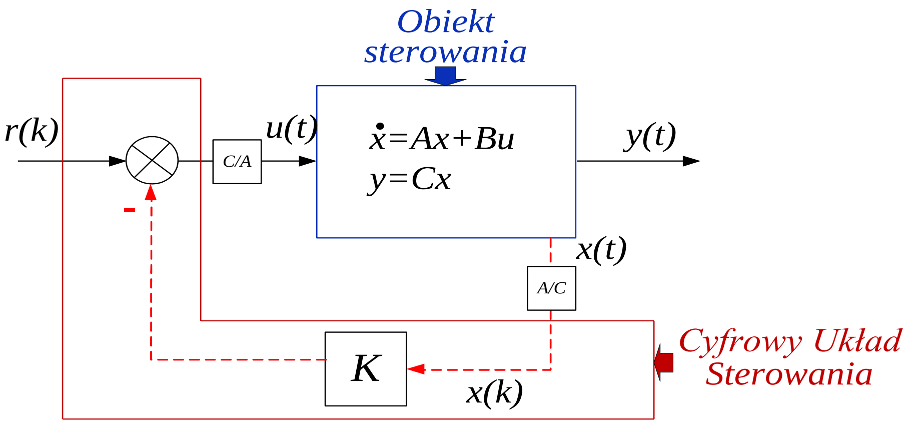
   – sprawdzić działanie korektorów w sytuacji, gdy rzeczywista transmitancja obiektu $G'_0(s)$ odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania,

– porównać działanie obu rozwiązań (z punktu II.2 i II.3).

III. Dodatek

1. Projektowanie korektorów modalnych.

Sterowanie modalne oparte jest na projektowaniu układów ze sprzężeniem zwrotnym (za pośrednictwem odpowiedniej macierzy wzmocnień) od zmiennych stanu (Rys. 1.), które pozwala na lokowanie biegunów układu zamkniętego w określonych przez projektanta miejscach. To – – odpowiednie rozmieszczenie biegunów – jak wiadomo, gwarantuje uzyskanie układu o pożądanych właściwościach statycznych oraz dynamicznych.



Rys. 1. Cyfrowy układ sterowania z zastosowaniem korektora modalnego.

Rozważamy liniowy układ regulacji, który może być opisany w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t)\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{Cx}(t)\end{aligned} \tag{1}$$

Aby możliwe było zaprojektowanie korektora modalnego dla zadanego obiektu, obiekt ten musi być sterowalny. Kryterium Kalmana mówi, że układ jest sterowalny wtedy i tylko wtedy, gdy rząd macierzy Kalmana

$$\Omega = \left[\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \ldots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right] \tag{2}$$

jest pełny, tzn.

$$rank(\mathbf{\Omega}) = n \tag{3}$$

gdzie n jest rzędem macierzy $\boldsymbol{A}$ (rzędem obiektu sterowania).

Zaś w przypadku układu jednowymiarowego można zastosować poniższe kryterium

$$\det\left|\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \ldots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right| \neq 0 \tag{4}$$

Jak wspomniano wyżej, do układu sterowania wprowadzana jest macierz ***K***, która ma za zadanie odpowiednią lokację biegunów układu zamkniętego. Przy takim założeniu transmitancja układu zamkniętego wynosi

$$K(s) = \mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{F}]^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{C}\frac{adj[s\mathbf{I} - \mathbf{F}]}{\det([s\mathbf{I} - \mathbf{F}])}\mathbf{B} = \frac{H(s)}{T(s)} \tag{5}$$

Przyjmując, że

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{BK} \tag{6}$$

wielomian charakterystyczny układu zamkniętego można wyznaczyć w następujący sposób

$$T(s) = \det\left[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\right] = \alpha_n s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_0 = (s + b_1)(s + b_2)\ldots(s + b_n) \tag{7}$$

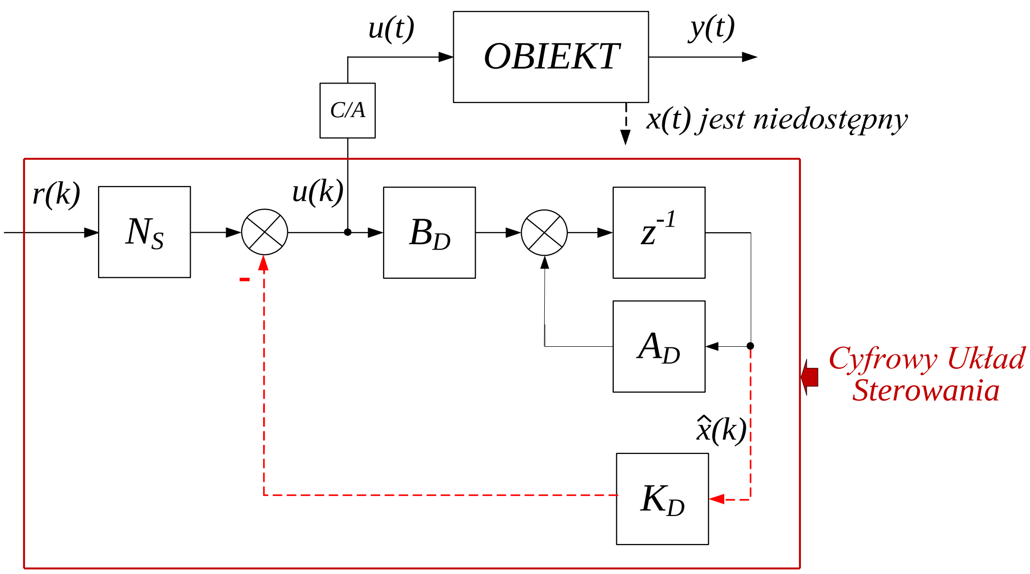
gdzie zarówno α_i (współczynniki wielomianu charakterystycznego układu po korekcji), jaki i b_j (bieguny układu po zastosowaniu korektora stanowego) są wielkościami znanymi, wybranymi przez projektanta (więcej na ten temat można znaleźć w instrukcji do Ćwiczenia 4.).

Aby poprawić dynamikę, bieguny układu sterowania po zastosowaniu regulatora ($[b_1,\ b_2,\ldots,\ b_n]$) powinny być ulokowane w odpowiednich miejscach w stosunku do biegunów układu przed korekcją. O wyborze tych biegunów decyduje projektant.

Gdy zostaną określone bieguny układu po zastosowaniu korektora modalnego, problem znalezienia odpowiedniej macierzy wzmocnień od zmiennych stanu ***K*** sprowadza się do rozwiązania równania (7). Zadanie to może być złożone (szczególnie w przypadku układów wyższych rzędów), dlatego w tym celu można wykorzystać program Matlab, w którym to macierz ***K*** może być obliczona w następujący sposób:

$$\mathbf{K} = place(\mathbf{A}, \mathbf{B}, [b_1\ b_2\ b_3\ \ldots..\ b_n]) \tag{8}$$

Ponieważ w układzie z korektorem modalnym nie porównujemy sygnału zadanego z wyjściowym; a zamiast tego mnożymy wektor stanu razy macierz ***K*** i wynik odejmujemy od wielkości zadanej. To powoduje, że w stanie ustalonym wielkość wyjściowa może znacznie odbiegać od wielkości zadanej. Do osiągnięcia pożądanego efektu, sygnał odniesienia $r(k)$ musi być odpowiednio przeskalowanie przy pomocy wzmocnienia Ns , patrz Rys. 2.



Rys. 2. Cyfrowy układ sterowania z zastosowaniem korektora modalnego – gdy nie są pomiarowo dostępne zmienne stanu obiektu regulacji.

Powyższe rozważania dotyczą sytuacji, w której mamy dostęp do wszystkich zmiennych stanu. Jeśli chcielibyśmy zrealizować sterowanie przy pomocy korektora modalnego w układzie, w którym nie mamy możliwości zmierzenia zmiennych stanu, to możemy wykorzystać rozwiązanie, w którym

zmienne stanu są estymowane. Na Rys. 2. przedstawiono układ, gdzie zmienne stanu są estymowane przy użyciu cyfrowego modelu stanowego.
Przy takim podejściu projektowanie należy rozpocząć od wyznaczenia cyfrowego modelu stanowego obiektu regulacji [$\boldsymbol{A_D}$,$\boldsymbol{B_D}$,$\boldsymbol{C_D}$,$\boldsymbol{D_D}$]. Dalsze kroki są identyczne z tymi, które opisano dla układu z dostępnymi zmiennymi stanu (patrz początek tego podrozdziału).

2. Przydatne komendy.

Projektując korektory można posiłkować się następującymi komendami dostępnymi w programie Matlab:

c2dm
feedback
series
zgrid
ginput
place
help