Laboratorium Metod i Algorytmów Sterowania Cyfrowego

Ćwiczenie 6

Sterowanie przy pomocy regulatorów modalnych z obserwatorem stanu

I. Cel ćwiczenia

1. Poznanie zasad projektowania oraz doboru parametrów obserwatorów stanu współpracujących z cyfrowym regulatorem modalnym (stanowym).
2. Analiza właściwości zaprojektowanego układu w różnych warunkach pracy oraz badanie jego odporności na zmiany parametrów obiektu regulacji.

II. Ramowy program ćwiczeń

1. Wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne obiektu $G_0(s)$ (przed korekcją):

A
$$G_0(s) = \frac{1}{(Ns+1)\cdot(Is+1)}$$

B
$$G_0(s) = \frac{N^2 + (2\cdot I)^2}{(s+N-j2\cdot I)\cdot(s+N+j2\cdot I)}$$

– na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy zadanego obiektu dobrać odpowiednią częstotliwość próbkowania.

2. Zaprojektować korektor modalny dla układu, w którym nie są dostępne zmienne stanu. Do estymacji zmiennych stanu wykorzystać obserwator stanu pracujący w układzie jak na Rys. 1.

– obliczyć cyfrowy model stanowy obiektu regulacji [$\boldsymbol{A_D}$,$\boldsymbol{B_D}$,$\boldsymbol{C_D}$,$\boldsymbol{D_D}$] z uwzględnieniem próbkowania i ekstrapolacji (założyć ekstrapolację zerowego rzędu),

– przed przystąpieniem do projektowania należy sprawdzić sterowalność oraz obserwowalność zadanego obiektu,

– określić macierz wzmocnienia korektora stanowego ***K***, który poprawi wybrane parametry dynamiczne układu,

– stosownie do zaprojektowanego uprzednio korektora modalnego dobrać macierz obserwatora stanu ***L***,

– wykonać model układu regulacji w programie Simulink,

– zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji,

– przeskalować odpowiednio sygnał zadany, tak aby w stanie ustalonym uchyb regulacji wynosił 0,

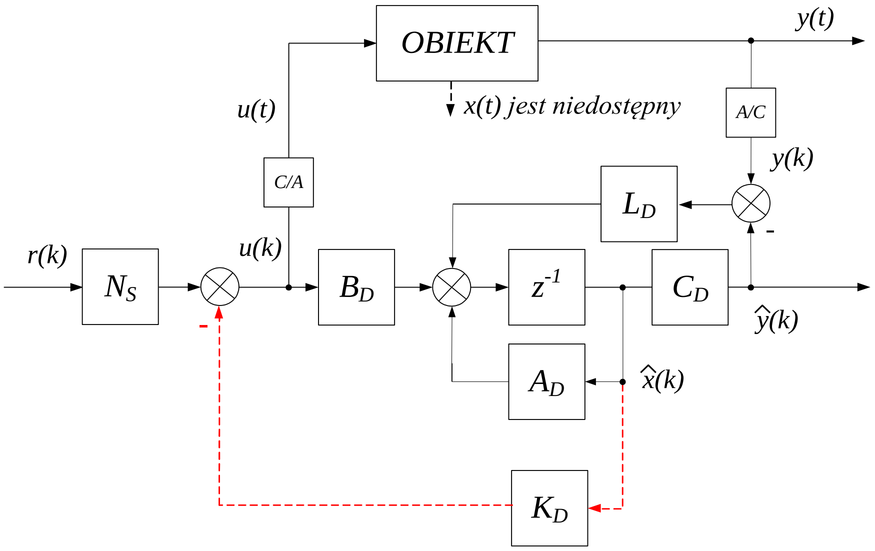
– ocenić jakość regulacji,

– porównać działanie zaprojektowanego korektora z układem z Ćwiczenia 5. pkt II.3 (ze szczególnym uwzględnieniem sytuacji, gdy rzeczywista transmitancja obiektu $G'_0(s)$ odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania).

III. Dodatek

1. Projektowanie korektorów modalnych z obserwatorem stanu.

Sterowanie modalne wymaga dostępności zmiennych stanu obiektu regulacji, tak jak opisano to w Ćwiczeniu 5. Jednak często poszczególne zmienne stanu nie są dostępne dla układu regulacji. Dlatego zachodzi konieczność konstruowania obserwatorów stanu, których zadaniem jest jak najdokładniejsza estymacja wewnętrznego stanu obiektu regulacji. W tym celu można zaproponować następującą strukturę obserwatora (wg. Luenberger'a), gdzie L_D jest macierzą wzmocnienia obserwatora, patrz Rys. 1.



Rys. 1. Cyfrowy układ sterowania z zastosowaniem korektora modalnego i obserwatora stanu.

W tym celu rozważmy liniowy dyskretny obiekt wraz z korektorem stanowym:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[(k+1)] &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k)+\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \tag{1}$$

dla którego równanie regulatora jest następujące:

$$\mathbf{u}(k)=\mathbf{r}(k)-\mathbf{K}_D\hat{\mathbf{x}}(k) \tag{2}$$

gdzie:
K_D – jest macierzą wzmocnienia od zmiennych stanu korektora modalnego,
$r(k)$ – sygnał wielkości zadanej,
$\hat{x}(k)$ – estymowany wektor zmiennych stanu.
Wtedy błąd estymacji wektora stanu przybiera następującą postać

$$\mathbf{e}(k)=\mathbf{x}(k)-\hat{\mathbf{x}}(k) \tag{3}$$

zaś równania obserwatora stanu:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[(k+1)] &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k)+\mathbf{B}\mathbf{u}(k)+\mathbf{L_D}[\mathbf{y}(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)] \\ \hat{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \tag{4}$$

gdzie:
$\hat{y}(k)$ – estymowany wektor wyjściowy.

Przekształcając odpowiednio równania (1), (3) oraz (4) uzyskujemy następujące równanie:

$$\mathbf{e}[(k+1)]=\mathbf{A}\mathbf{e}(k)-\mathbf{L_D}[\mathbf{y}(k)-\hat{\mathbf{y}}(k)] \tag{5}$$

które ostatecznie prowadzi do:

$$\mathbf{e}[(k+1)]=(\mathbf{A}-\mathbf{L_D}\mathbf{C})\mathbf{e}(k)=\mathbf{F}_0\mathbf{e}(k) \tag{6}$$

gdzie:

$$\mathbf{F_0} = \mathbf{A} - \mathbf{L_D C} \tag{7}$$

W związku z powyższy, aby zaprojektować obserwatora stanu należy najpierw określić macierz $\boldsymbol{F_0}$, która zgodnie z równaniem (7) determinuje wartości macierzy wzmocnienia poszukiwanego obserwatora. Od obserwatora stanu wymagamy, aby gwarantował szybką zbieżność procesu estymacji zmiennych stanu oraz stabilność układu regulacji (błąd estymacji (6) powinien dążyć do zera). W związku z tym, zgodnie z równaniem (6), macierz $\boldsymbol{F_0}$ musi posiadać wszystkie wartości własne $[z_1, z_2, \ldots, z_n]$ wewnątrz okręgu jednostkowego na płaszczyźnie z. Dodatkowo należy uwzględnić fakt, że wartości własne obserwatora powinny mu zapewnić dużo szybszą reakcję (zazwyczaj kilkukrotnie) w porównaniu z regulatorem stanowym. Projektując obserwator stanu trzeba o tym bezwzględnie pamiętać.

Wyznaczenie macierzy $\boldsymbol{L_D}$ odbywa się w sposób analogiczny, jak ma to miejsce dla macierzy sprzężenia zwrotnego od zmiennych stanu korektora modalnego (patrz Ćwiczenie 5). Przypomnijmy, że dla korektora modalnego mieliśmy:

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{BK} \tag{8}$$

oraz

$$\det([z\mathbf{I} - \mathbf{F}]) = \det([z\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK})]) = (z - b_1)(z - b_2)........(z - b_n) \tag{9}$$

Podczas gdy dla obserwatora otrzymujemy:

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{A} - \mathbf{L_D C} \tag{10}$$

i

$$\det([z\mathbf{I} - \mathbf{F}_o]) = \det([z\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{L_D C})]) = (z - z_1)(z - z_2)........(z - z_n) \tag{11}$$

Tyle że w przypadku obserwatora stanu musimy (z uwagi na wymiary macierzy) posługiwać się macierzami transponowanymi:

$$\det([z\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{L_D C})]) = \det([z\mathbf{I} - (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{L_D^T})]) \tag{12}$$

Przy powyższym założeniu można wyznaczyć poszukiwaną macierz obserwatora $\boldsymbol{L_D}$ wykorzystując – podobnie jak w przypadku korektora modalnego – jedną z funkcji Matlab'a:

$$\mathbf{L_D} = place(\mathbf{A}', \mathbf{C}', [z_1\ z_2\ ....\ z_n])' \tag{13}$$

Opisany powyżej proces projektowania korektora modalnego z obserwatorem stanu ma sens tylko wtedy, gdy obiekt regulacji jest sterowalny (patrz Ćwiczenie 5) oraz obserwowalny. Układ liniowy stacjonarny o jednym wyjściu jest obserwowalny wtedy i tylko wtedy, gdy rząd macierzy obserwowalności

$$\Omega = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot \mathbf{A} \\ C \cdot \mathbf{A}^2 \\ \cdots \\ C \cdot \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \tag{14}$$

jest pełny,

$$rank(\Omega) = n \tag{15}$$

lub gdy

$$\det(\Omega) \neq 0 \tag{16}$$

Oba warunki (sterowalności i obserwowalności) muszą być sprawdzone przed przystąpieniem do projektowania obserwatora stanu.

2. Przydatne komendy.

Projektując obserwator stanu można posiłkować się następującymi komendami dostępnymi w programie Matlab:

c2dm
feedback
series
zgrid
ginput
place
help