KATEDRA ENERGOELEKTRYKI POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

LABORATORIUM PODSTAW MODELOWANIA SYSTEMÓW
dla kierunku **AiR Wydziału Elektrycznego**
INSTRUKCJA LABORATORYJNA

ĆWICZENIE Nr 1

MODELOWANIE SYSTEMÓW LINIOWYCH

Krzysztof Solak

WROCŁAW 2014

I. Cel ćwiczenia

1. Modelowania systemów liniowych na przykładzie równania przewodnictwa cieplnego.

II. Ramowy program ćwiczeń

1. Należy numerycznie rozwiązać (w programie MATLAB) równanie przewodnictwa cieplnego:

$$\frac{\partial T(t,x)}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T(t,x)}{\partial x^2}$$

   gdzie: k – współczynnik przewodnictwa temperaturowego, $k = \frac{\kappa}{c\rho}$, κ – współczynnik przewodnictwa cieplnego, c – ciepło właściwe substancji, ρ – gęstość substancji.

   Jest to równanie różniczkowe cząstkowe drugiego rzędu, którego rozwiązaniem jest zależność temperatury T od czasu t oraz położenia x. Do rozwiązania tego równania potrzebna jest znajomość warunków początkowych oraz brzegowych. Ponadto dla uproszczenia analizy można przyjąć następujące założenia: układ jest jednowymiarowy (tylko współrzędna x) czyli przyjmujemy długi i cienki pręt, ciepło rozchodzi się tylko wzdłuż pręta czyli nie ma wymiany ciepła z otoczeniem (pręt jest doskonale izolowany) oraz współczynnik przewodnictwa temperaturowego nie zależy od temperatury.

2. Należy zrealizować następujące zadania:

   A. aby równanie przewodnictwa cieplnego rozwiązać numerycznie należy zapisać je w postaci ilorazu różnicowego czyli znaleźć postać dyskretną tego równania różniczkowego. Wyrażenie $\frac{\partial T(t,x)}{\partial t}$ należy zapisać za pomocą dwupunktowego ilorazu przedniego (względem czasu t), natomiast wyrażenie po lewej stronie $k\frac{\partial^2 T(t,x)}{\partial x^2}$ należy przekształcić stosując trzypunktowy iloraz centralny (względem położenia x).

   B. przyjąć długi cienki pręt o długości 15 [m], współczynnik przewodnictwa temperaturowego k = (0,15 + 0,01*numer grupy) [m^2/s] i krok $\Delta t = 1$ oraz $\Delta x = 1$,

   C. przeanalizować sytuację, kiedy warunki początkowe równe są zero (cały pręt ma temperaturę równą zero), natomiast warunki brzegowe są następujące $T = 50^oC$ (lewy koniec pręta, dla $t \geq 0$) oraz $T = 0^oC$ (prawy koniec pręta, dla $t \geq 0$) – tak przyjęte warunki oznaczają, że pręt początkowo miał temperaturę równą zero, a następnie (dla $t \geq 0$) z lewej strony pręta przyłożono źródło ciepła, które utrzymuje stałą temperaturę $T = 50^oC$, a na prawym końcu utrzymywana jest temperatura $T = 0^oC$,

   D. w następnej sytuacji przyjmujemy warunki początkowe takie, że cały pręt ma temperaturę $T = 50^oC$, natomiast warunki brzegowe są następujące $T = 0^oC$ dla lewego i prawego końca pręta dla $t \geq 0$. Tak przyjęte warunki oznaczają, że cały pręt początkowo miał temperaturę równą $T = 50^oC$, a następnie dla $t \geq 0$ pręt stygnie, aż osiągnie temperaturę równą zero na całej powierzchni,

   E. przeanalizować sytuację odwrotną jak w punkcie D tzn. ograć cały pręt do temperatury 50^oC – warunki początkowe równe zero,

   F. w kolejnej sytuacji zakładamy warunki początkowe równe zero (cały pręt ma temperaturę równą zero), natomiast warunki brzegowe są następujące $T = 50^oC$ (tylko środek pręta, dla t ≥ 0) oraz $T = 0^oC$ (prawy i lewy koniec pręta, dla t ≥ 0). Tak przyjęte warunki oznaczają, że środek pręta cały czas jest ogrzewany tak, aby temperatura $T = 50^oC$,

G. przeanalizować sytuację odwrotną jak w punkcie F tzn. pręt na obu końcach ma temperaturę równą 0^oC, natomiast pozostała część pręta ogrzewana była tak długo, aż temperatura na środku wyniosła $T = 50^oC$ (zależność temperatury w funkcji położenie ma kształt trójkątny) – takie przyjąć warunki początkowe. Następnie założyć warunki brzegowe równe zero, czyli rozpatrzyć sytuację, kiedy pręt stygnie,

H. dla przypadków z punktów C ÷ G przedstawić zależność temperatury w funkcji położenie oraz czasu – zaprezentować na jednym wykresie (dla każdego przypadku osobno) przebiegi dla czasów t = 0, 1, 2, 10, 15, 25 , 35, 50, 75, 100, 125, 150, 175.