KATEDRA ENERGOELEKTRYKI POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ

LABORATORIUM PODSTAW MODELOWANIA SYSTEMÓW
dla kierunku **AiR Wydziału Elektrycznego**
INSTRUKCJA LABORATORYJNA

ĆWICZENIE Nr 2

MODELOWANIE SYSTEMÓW NIELINIOWYCH

Krzysztof Solak

WROCŁAW 2015

I. Cel ćwiczenia

1. Modelowania systemów dynamicznych nieliniowych na przykładzie oscylatora Duffinga. Zapoznanie się z różnymi rodzajami drgań tj. okresowymi, podharmonicznymi, prawie okresowymi (quasi-periodic) oraz chaotycznymi.

II. Ramowy program ćwiczeń

1. Należy numerycznie rozwiązać (w programie Simulink) nieliniowe równanie różniczkowe drugiego rzędu, które opisuje oscylator Duffinga:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \delta\frac{dx}{dt} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma\cos(\omega t)$$

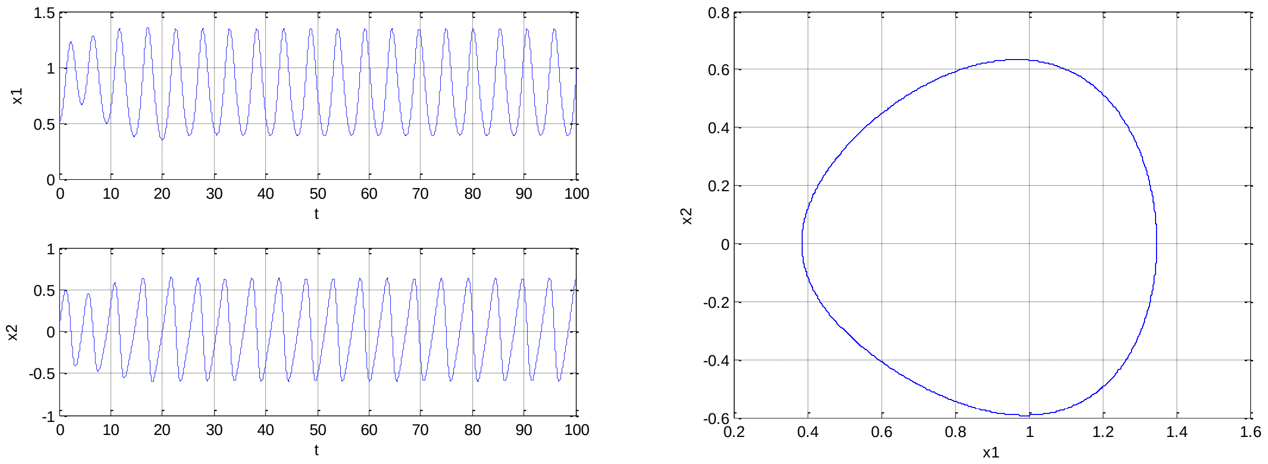
przyjąć następujące wartości parametrów: α =-1, β = 1, δ = 0.3, ω = 1.2568, $x(0) = x1(0)$ = 0,5, $\dot{x}(0) = x2(0) = 0$ natomiast wartość γ należy zmieniać w zakresie od 0 do 0.8. Przyjąć parametry symulacji: metoda ode45, relative tolerance 1e-6, absolute tolerance 1e-6, czas trwania symulacji 400s. Dane do Workspace zapisać z okresem próbkowanie (Sample Time) 1e-3.

2. W zamodelowanym układzie dla różnych wartości γ należy wykreślić:
   a. przebiegi czasowe (przeanalizować tylko drgania okresowe oraz subharmoniczne),
   b. na płaszczyźnie fazowej przedstawić trajektorie fazowe dla zadanych warunków początkowych (dla stanu ustalonego t = 100÷400s),
   c. mapy Poincara (dla stanu ustalonego t = 100÷400s).

III. Dodatek

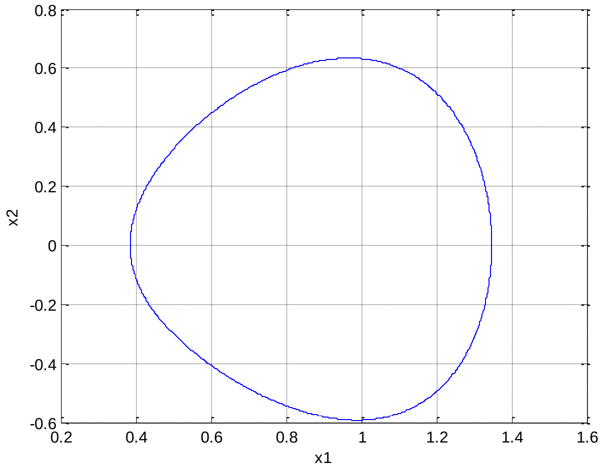
Trajektoria fazowa na płaszczyźnie fazowej – za pomocą płaszczyzny fazowej można przedstawić rozwiązanie nieliniowych układów lub równań różniczkowych pierwszego rzędu. Do sporządzenia płaszczyzny fazowej potrzebne są dwie zmienne stanu, więc układ powinien być drugiego rzędu (dwuwymiarowy np. x,y). Na rysunku 1 przedstawiono przykładową trajektorię fazową na płaszczyźnie fazowej.

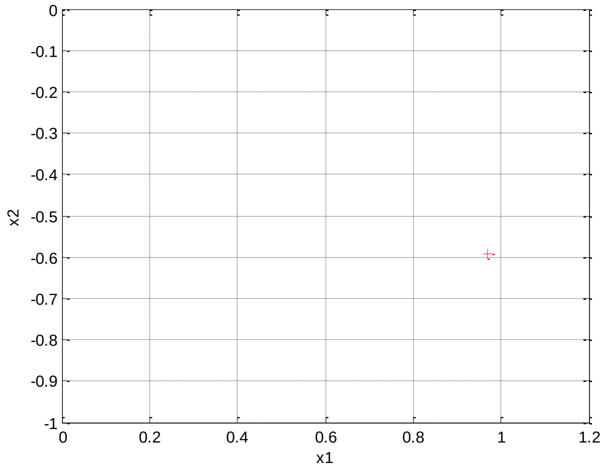
a) b)



Rys. 1. Przebieg czasowy zmiennej x1 i x2 a) oraz trajektoria fazowa (wykres x2 w funkcji x1) b)

Mapa Poincare – przedstawia sekwencję punktów w przestrzeni stanu (jest obrazem stroboskopowym wykresu fazowego), która generowana jest na podstawie trajektorii fazowej na płaszczyźnie fazowej. Mapa Poincarego wykonana jest przez próbkowanie odpowiedzi systemu w stałym odstępie czasu, który równy jest okresowi wymuszenia. Rysunek 2b przedstawia mapę Poincare - jeden punkt oznacza, że odpowiedź układu jest równa okresowi wymuszenia.





Rys. 2. Trajektoria fazowa (wykres x2 w funkcji x1) a) oraz mapa Poincare

Rodzaje drgań:

- **okresowe** – odpowiedź układu jest periodyczna i okres jest równy okresowi wymuszenia *T*. Na mapie Poincare tej sytuacji odpowiada jeden punkt.
- **podharmoniczne (subharmoniczne)** – odpowiedź układu jest periodyczna, a okres jest wielokrotnością okresu wymuszenie nT (gdzie n - liczba całkowita), zaś częstotliwość równa jest f_1/n. Dlatego ten rodzaj drgań nazywany jest podharmoniczną n lub harmoniczną $1/n$.
- **prawie okresowe (quasi-periodic)** – odpowiedź układu nie jest okresowa, sygnał zawiera wiele częstotliowści (przynajmniej dwie składowe) które odpowiada liniowa kombinacja $nf_A + mf_B$ (gdzie współczynniki n oraz m są liczbami całkowitymi, a stosunek f_A/f_B nie jest liczbą całkowitą). Na mapie Poincare otrzymujemy skończoną liczbę punktów, które formują zamkniętą krzywą.
- **chaotyczne** – odpowiedź układu nie jest okresowa. Na mapie Poincare otrzymujemy skończoną liczbę punktów, które nie formują zamkniętej krzywej - powstają dziwne atraktory.