KATEDRA ENERGOELEKTRYKI POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport serii SPRAWOZDANIA Nr

LABORATORIUM TEORII STEROWANIA
INSTRUKCJA LABORATORYJNA

ĆWICZENIE Nr 4

Sterowanie obiektem dynamicznym w układzie zamkniętym z zadanym stanem końcowym z pomiarem wyjścia

Mirosław Łukowicz

Słowa kluczowe:
stan układu, zamknięty układ sterowania, obserwator stanu,

WROCŁAW 2023

1. Wyznaczanie sterowania

Niech będzie dany obiekt dyskretny opisany w przestrzeni zmiennych stanu równaniem stanowym

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= Ax_n + bu_n \\ y_n &= c^T x_n + du_n \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie x_n jest wektorem stanu i u_n jest wejściowym wektorem sterującym.

Zadanie sterowania takim obiektem w układzie zamkniętym z pomiarem stanu od dowolnego stanu początkowego x_0 do dowolnego stanu końcowego x^* sprowadza się do znalezienia ciągu sterowań u_0, u_1, … u_{N-1} takich, że $x_N = x^*$.

UWAGA!
Warunkiem koniecznym dla znalezienia takiego sterowania jest spełnianie przez obiekt warunku pełnej sterowalności.

Rozwiązaniem problemu jest ciąg sterowań

$$\bar{u}_{0,k} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \tag{2}$$

gdzie u_i

$$u_i = M^{-1}(x^* - A^{k-i}x_i) \tag{3}$$

a M jest równe $M=[A^{k-1}b \;\; A^{k-2}b \;\; \ldots \;\; Ab \;\; b]$ oraz u_i jest $i+1$ wierszem $\bar{u}_{0,k}$.

W równaniu (3) stan x_i jest aktualnym stanem, w oparciu o który podejmowana jest decyzja o sterowaniu. Stan ten może być mierzony, o ile stany są mierzalne. W przeciwnym razie stany wewnętrzne muszą być estymowane (wyznaczane) na podstawie obserwowanego wyjścia $\bar{y}_{n,k}$, gdzie

$$\bar{y}_{n,k} = \begin{bmatrix} y_n \\ y_{n-1} \\ \vdots \\ y_{n-(k-1)} \end{bmatrix} \tag{4}$$

oraz zadanych uprzednio sterowań

$$\bar{u}_{n-1,k-1} = \begin{bmatrix} u_{n-1} \\ u_{n-2} \\ \vdots \\ u_{n-(k-1)} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Aktualny stan wewnętrzny wyznaczany jest zgodnie ze wzorem

$$x_n = \overline{M}^{-1}(\bar{y}_{n,k} + \begin{bmatrix} 0 \\ D\bar{u}_{n-1,k-1} \end{bmatrix}) \tag{6}$$

gdzie

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A^{-1} \\ \vdots \\ c^T A^{-(k-1)} \end{bmatrix} \tag{7}$$

oraz

$$D = \begin{bmatrix} c^T A^{-1} b & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c^T A^{-2} b & c^T A^{-1} b & 0 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & . \\ c^T A^{-(k-1)} b & c^T A^{-(k-2)} b & . & . & c^T A^{-1} b \end{bmatrix} \tag{8}$$

Sterowanie wyznacza się wówczas w układzie zamkniętym, tak jak to zostało podane w równaniu (3).

2. Sterowanie w systemie zamkniętym od stanu ze względu na zadaną wartość sygnału wyjściowego.

Niech będzie dany obiekt opisany dyskretnym równaniem macierzowym stanu

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n, \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{C}\mathbf{x}_n + \mathbf{D}_k\mathbf{u}_n \end{cases} \tag{8}$$

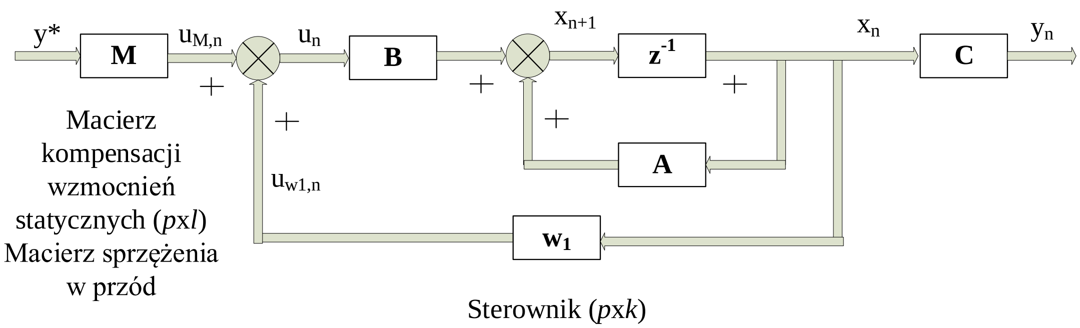
będący w stanie początkowym $\mathbf{x}_0$.

Zadanie (problem do rozwiązania) jest następujące:

System będący w chwili n=0 w stanie początkowym $\mathbf{x}_0$ należy przeprowadzić do pożądanego stanu końcowego $\mathbf{x}_f$. Po osiągnieciu stanu $\mathbf{x}_f$, wartość wyjścia y musi być równa wartości zadanej $\mathbf{y}^*$.

Zastosujmy sprzężenie w przód.

Idea rozwiązania jest przedstawiana na poniższym rysunku i jest następująca.



Na system działają dwie wielkości zewnętrzne:

- stan początkowy x_0
- sygnał wartości zadanej y^*

Zamierzamy przesłać zwrotnie wektor stanu na wejście z wykorzystaniem macierzy sprzężenia zwrotnego w_1. Będzie to działanie regulacyjne.

oraz

Przesłać w przód wektor wartości zadanej y* na wejście z wykorzystaniem macierzy M sprzężenia w przód– będzie to działanie śledzące wartość zadaną.

System zamknięty opisują równania

$$\mathbf{x}_{n+1} = A\mathbf{x}_n + B\mathbf{u}_n; \quad \mathbf{y}_n = \mathbf{C}\mathbf{x}_n \tag{9}$$

$$\mathbf{u}_\mathrm{n} = \mathbf{u}_{\mathrm{w1,n}} + \mathbf{u}_{\mathrm{M,n}} = \mathbf{w}_1\mathbf{x}_n + \mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{10}$$

Po podstawieniu otrzymuje się nowy układ (zamknięty) z wejściem **y***

$$\mathbf{x}_{n+1} = \left(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{w}_1\right)\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{11}$$

Rozpatrujemy najpierw działanie regulacyjne, dla którego założymy, że $y^*=0$. W tym przypadku zadanie sprowadza się do przeprowadzenia obiektu ze stanu x_0 do stanu zerowego. To już rozważaliśmy. Zadanie to realizuje sterownik liniowy stacjonarny reprezentowany macierzą $\mathbf{w}_1$.

Rozpatrujemy teraz działanie śledzące, dla którego założymy, że y=y*≠0 oraz $x_{n+1}=x_n$ tzn., stan wewnętrzny systemu jest ustalony i uchyb jest zerowy.

Wówczas równanie dla systemu zamkniętego sprowadza się do postaci

$$\mathbf{x}_n = \left(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{w}_1\right)\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{12}$$

$$\mathbf{x}_n - \left(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{w}_1\right)\mathbf{x}_n = \mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{13}$$

$$\left(I - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{w}_1\right)\mathbf{x}_n = \mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{14}$$

skąd

$$\mathbf{x}_n = \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{w}_1 - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{15}$$

Natomiast **równanie** wyjściowe systemu zamkniętego przybiera formę

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{y}^* = \mathbf{C}\left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{w}_1 - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}\mathbf{y}^* \tag{16}$$

Aby to równanie było prawdziwe, to

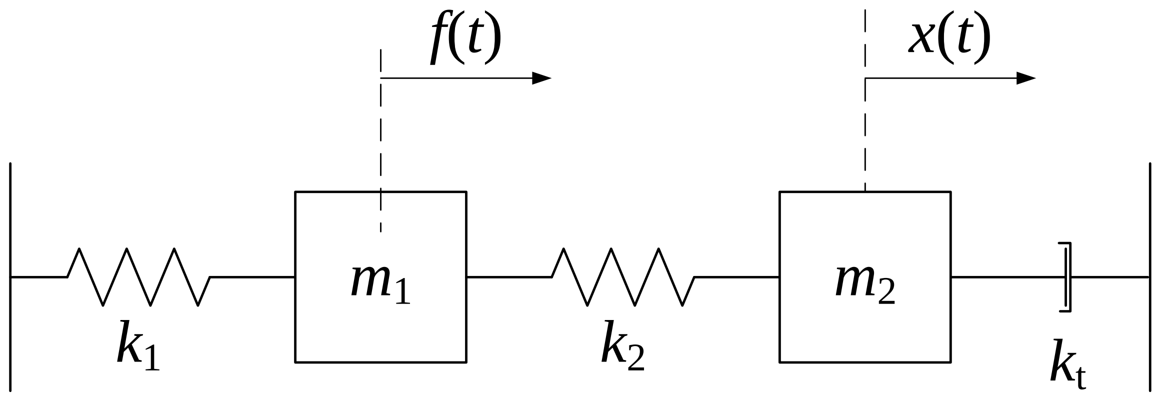
$$\mathbf{C}\left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{w}_1 - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M} = \mathbf{I} \tag{17}$$

A z tego wynika, że macierz sprzężenia w przód musi być równa

$$\mathbf{M} = \left[\mathbf{C}\left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{w}_1 - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\right]^{-1} \tag{18}$$

3. Zadanie do wykonania

Niech dany będzie obiekt przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Obiekt sterowania, gdzie k_1 jest dniem miesiąca [N/m]. k_2 miesiącem roku [N/m], k_t godziną rozpoczęcia zajęć, m_1 liczbą liter imienia [kg], m_2 liczba liter nazwiska [kg].

Należy wykonać następujące zadania:

Przygotować model ciągły i dyskretny z poprzednich zajęć laboratoryjnych lub w wykonać punkty 1-3.

1. Zamodelować obiekt w przestrzeni zmiennych stanu.

2. W Simulinku zaobserwować odpowiedź obiektu na skok jednostkowy.

3. Zamodelować cyfrowo w Simulinku obiekt w przestrzeni zmiennych stanu dobierając uprzednio odpowiedni okres próbkowania.

4. Dla modelu dyskretnego zamodelować w Simulinku zamknięty system sterowania z obserwatorem stanu, który będzie sprowadzał obiekt dyskretny z dowolnego stanu początkowego do stanu zerowego.

5. Rozszerzyć układ z punktu 4 o sterowanie ze względu na zadaną wartość sygnału wyjściowego.

6. Do układu z punktu 5 wprowadzić zaprojektowany obserwator stanu.

7. Opracowany system sterowania zastosować do obiektu ciągłego.

8. Zaobserwować wpływ zmian parametrów obiektu ciągłego na proces sterowania.