

INSTYTUT ENERGGOELEKTRYKI POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ  
Raport serii SPRAWOZDANIA Nr

LABORATORIUM UKŁADÓW IMPULSOWYCH  
dla kierunku **AiR Wydziału Mechanicznego**  
INSTRUKCJA LABORATORYJNA

## **ĆWICZENIE Nr 10 i 11**

**PROJEKTOWANIE CYFROWYCH REGULATORÓW PRZEMYSŁOWYCH PID**

Krzysztof Solak

Słowa kluczowe:  
transmitancja, cyfrowy regulator przemysłowy, uchyb,  
wskaźniki regulacji.

## I. Cel ćwiczenia

1. Poznanie zasad projektowania cyfrowych regulatorów przemysłowych PID.
2. Dobór nastaw cyfrowych regulatorów typu P (proporcjonalny), PI (proporcjonalno-całkujący), PD (proporcjonalno-różniczkujący), PID (proporcjonalno - całkująco-różniczkujący) na podstawie metody z wyznaczaniem wzmocnienia krytycznego.
3. Analiza pracy cyfrowych regulatorów przemysłowych z dobranymi nastawami (p.2) – odpowiedź na skok jednostkowy (parametry statyczne oraz dynamiczne), wskaźniki regulacji.
4. Optymalizowanie nastaw (strojenie ręczne) cyfrowych regulatorów.
5. Analiza pracy cyfrowych regulatorów przemysłowych z dobranymi nastawami (p.4) – odpowiedź na skok jednostkowy (parametry statyczne oraz dynamiczne), wskaźniki regulacji.

## II. Ramowy program ćwiczeń

1. Wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne (patrz Dodatek) obiektu  $G_0(s)$  (przed regulacją):

$$\text{A} \quad G_0(s) = \frac{(N/20)^2 + (I/5)^2}{\left(\frac{1}{N}s + 1\right) \cdot (s + N/20 - j(I/5)) \cdot (s + N/20 + j(I/5))}$$

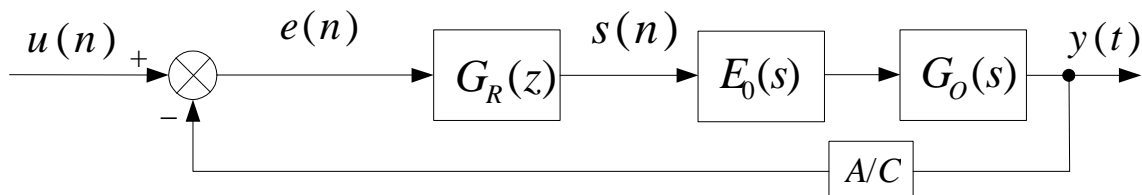
$$\text{B} \quad G_0(s) = \frac{(N/15)^2 + (I/20)^2}{\left(\frac{1}{0,1 \cdot N}s + 1\right) \cdot (s + N/15 - j(I/20)) \cdot (s + N/15 + j(I/20))}$$

- na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy zadanego obiektu, dobrać odpowiednią częstotliwość próbkowania ( $f_p$ ),
2. Obliczyć cyfrowy odpowiednik transmitancji obiektu regulacji  $G_{0E}(z)$  z uwzględnieniem próbkowania i ekstrapolacji (założyć ekstrapolację zerowego rzędu).
  3. Zaprojektować cyfrowy regulator przemysłowy (typu P, PI, PID) do zadanego obiektu, w układzie jak na Rys. 1 (**Dodatek**):
    - a) określić współczynniki  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  cyfrowego regulatora przemysłowego  $G_R(z)$  (rys. 2):
      - wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
      - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po regulacji (wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne),
      - ocenić jakość regulacji na podstawie wskaźników regulacji – zależności (2) do (5).
    - b) przeprowadzić optymalizację (strojenie ręczne) współczynników  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  cyfrowego regulatora przemysłowego  $G_R(z)$  (rys. 2) bazując na tabeli 2:
      - wykonać model układu regulacji w programie Simulink,
      - zbadać odpowiedź na skok jednostkowy układu po korekcji (wyznaczyć parametry statyczne oraz dynamiczne),
      - ocenić jakość regulacji na podstawie wskaźników regulacji – zależności (2) do (5).
      - porównać działanie z układem z punktu II.3a (ze szczególnym uwzględnieniem parametrów dynamicznych oraz wskaźników regulacji).
  4. Zbadać odporność cyfrowych regulatorów przemysłowych na zmiany parametrów obiektu regulacji:

– w tym celu należy sprawdzić zaprojektowane regulatory (p. II.3b), dla obiektu o transmitancji  $G_0(s)$ , gdy rzeczywista transmitancja obiektu  $G'_0(s)$  odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania (Rys. 6. - **Dodatek**).

### III. Dodatek

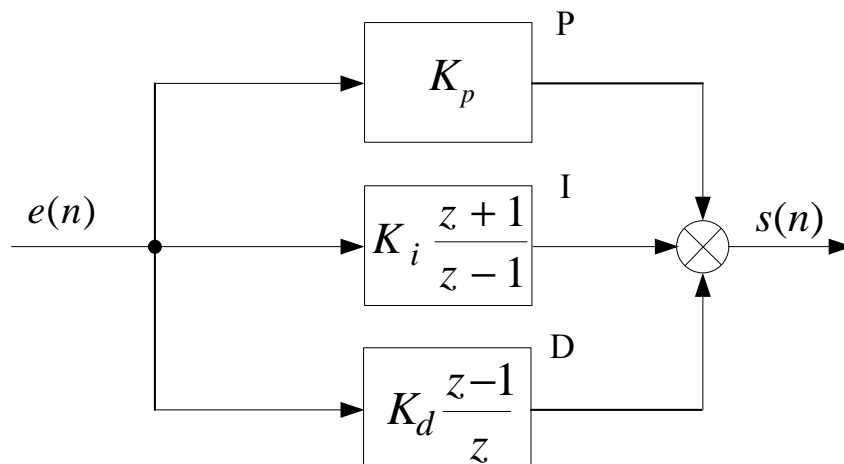
1. Zakładamy, że projektowany regulator  $G_R(z)$  ma pracować w układzie przedstawionym na Rys. 1.



Rys. 1. Układ regulacji z ujemnym sprzężeniem zwrotnym.

Transmitancja cyfrowego regulatora przemysłowego  $G_R(z)$  dana jest zależnością (1), natomiast schemat blokowy przedstawiono na Rys. 2.

$$G_R(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = K_p + K_i \frac{T_p}{2} \frac{z+1}{z-1} + \frac{K_d}{T_p} \frac{z-1}{z} \quad (1)$$

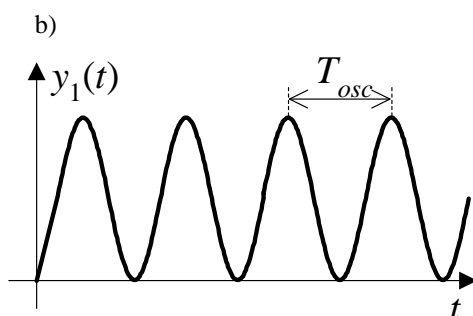
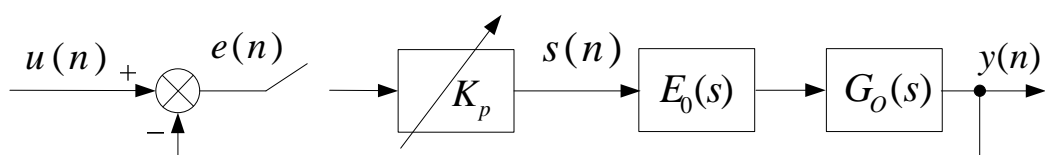


Rys. 2. Cyfrowy regulator przemysłowy PID.

#### Dobór nastaw cyfrowych regulatorów przemysłowych

Metoda z wyznaczaniem wzmocnienia krytycznego polega na załączeniu tylko regulatora typu P (w układzie zamkniętym, patrz Rys. 3a). Potem należy podać na wejście układu skok jednostkowy i tak zwiększać wartości  $K_p$ , aby układ znalazł się na granicy stabilności (niegasnące drgania, Rys. 3b) – wtedy  $K_p = k_{gr}$ , okres oscylacji  $T_{osc}$  odczytujemy z odpowiedzi na skok jednostkowy (patrz Rys. 3b).

a)



Rys. 3. Metoda z wyznaczaniem wzmocnienia krytycznego: schemat układu a), odpowiedź na skok jednostkowy układu na granicy stabilności b).

Następnie należy określić nastawy cyfrowych regulatorów przemysłowych (typu P, PI, PID) według Tabeli 1.

Tabela 1. Nastawy dla różnych typów cyfrowych regulatorów przemysłowych

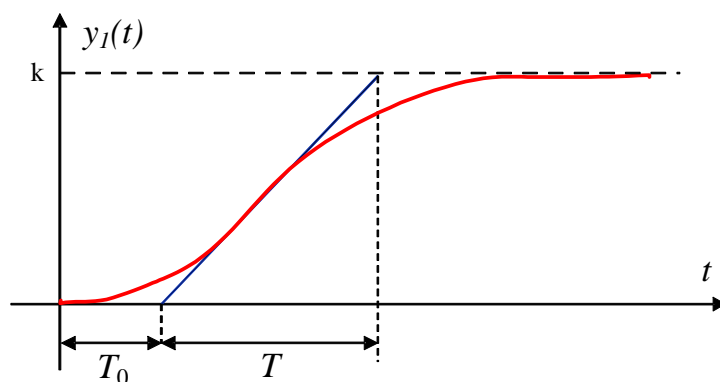
Typ regulatora	Nastawy poszczególnych parametrów		
	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$0,5k_{gr}$	0	0
PI	$0,45k_{gr}$	$\frac{0,6 \cdot K_p \cdot T_p}{T_{osc}}$	0
PID	$0,6k_{gr}$	$\frac{K_p \cdot T_p}{T_{osc}}$	$\frac{K_p \cdot T_{osc}}{8 \cdot T_p}$

**Dobór nastaw cyfrowych regulatorów przemysłowych na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy obiektu regulacji**

Jeżeli obiekt – niezależnie od jego rzędu – charakteryzuje się inercyjną odpowiedzią na skok jednostkowy (patrz Rys. 4.), to jego model można aproksymować następującą transmitancją:

$$G_{AO}(s) = \frac{k \cdot e^{-sT_0}}{Ts + 1} \quad (2)$$

Przy takim, upraszczającym założeniu, można na podstawie parametrów  $k$ ,  $T_0$  oraz  $T$  (odczytanych z przebiegu odpowiedzi na skok jednostkowy obiektu w układzie otwartym – Rys. 4.) określić nastawy cyfrowych regulatorów przemysłowych PID, patrz Tabela 2.



Rys. 4. Odpowiedź na skok jednostkowy obiektu inercyjnego

Tabela 2. Nastawy cyfrowych regulatorów przemysłowych dla danych z testu w układzie otwartym.

Typ regulatora	Nastawy poszczególnych parametrów		
	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$\frac{T}{k \cdot T_0}$	0	0
PI	$\frac{0,586}{k} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,916}$	$\frac{K_p \cdot T_p \cdot \left(1,03 - 0,165 \frac{T_0}{T}\right)}{2T}$	0
PID	$\frac{0,965}{k} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,855}$	$\frac{K_p \cdot T_p \cdot \left(0,796 - 0,147 \frac{T_0}{T}\right)}{2T}$	$\frac{K_p \cdot 0,308 \cdot T \cdot \left(\frac{T_0}{T}\right)^{0,929}}{T_p}$

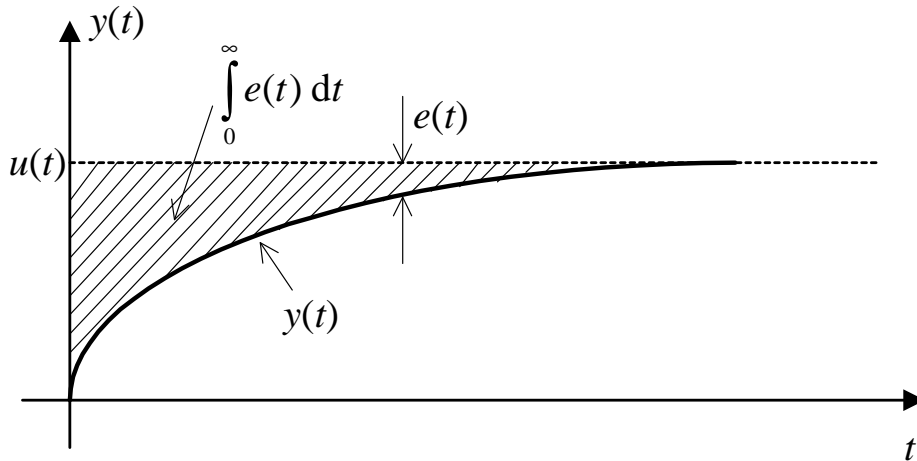
Dodatkowo, dla zaprojektowanych regulatorów należy przeprowadzić optymalizację nastaw (strojenie ręczne), żeby uzyskać poprawę wskaźników regulacji. Wpływ poszczególnych nastaw cyfrowego regulatora na parametry statyczne i dynamiczne obiektu zaprezentowano w Tabeli 2.

Tabela 2. Wpływ nastaw regulatora na parametry obiektu zamkniętego

Regulowany parametr	Parametry statyczne i dynamiczne			
	$T_r$	$y_p$	$t_u$	$\Delta y$
$K_p \nearrow$	zmniejsza	zwiększa	-	zmniejsza
$K_i \nearrow$	zmniejsza	zwiększa	zwiększa	eliminuje
$K_d \nearrow$	-	zmniejsza	zmniejsza	-

## Wskaźniki jakości regulacji

Do oceny jakości regulacji układu zamkniętego z transmitancją obiektu  $G_0(s)$  stosuje się kryteria całkowe. Aby błąd regulacji był najmniejszy całka z uchybu  $\int_0^{\infty} e(t) dt$  musi dążyć do zera (Rys. 4).



Rys. 4. Odpowiedź na skok jednostkowy układu zamkniętego – interpretacja kryterium całkowego.

W praktyce stosuje się kilka wersji kryterium całkowego do oceny jakości regulacji. Poniżej najważniejsze z nich (należy wykorzystać je do oceny jakości regulacji zaprojektowanego regulatora):

- kryterium ISE (ang. Integral Squared Error ):

$$I_2 = \int_0^{\infty} (e(t))^2 dt \quad (2)$$

- kryterium ITSE (ang. Integral of Time multiplied by Squared Error )

$$I_2 = \int_0^{\infty} t(e(t))^2 dt \quad (3)$$

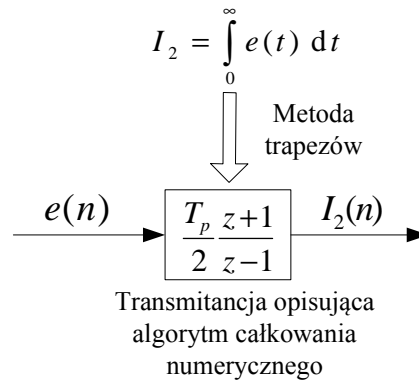
- kryterium IAE (ang. Integral of Absolute value of Error )

$$I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4)$$

- kryterium ITAE (ang. Integral of Time multiplied by Absolute value of Error ):

$$I_2 = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (5)$$

Powyższe kryteria całkowe (zależności (2) - (5)) w układzie dyskretnym można obliczyć stosując algorytm numerycznego całkowania metodą trapezów (patrz Rys. 5).



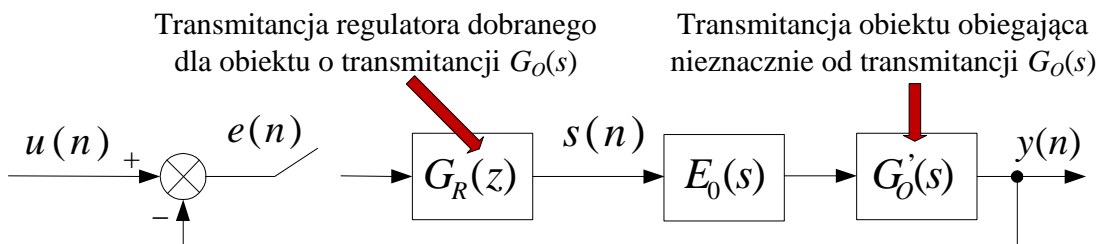
Rys. 5. Całkowanie numeryczne metodą trapezów.

## 2. Test odporności regulatorów.

Odporność regulatora oznacza tolerancję dla błędów powstałych podczas identyfikacji (niewłaściwa struktura modelu lub aproksymacja transmitancji obiektu regulacji) lub dla zmian parametrów obiektu (współczynnik wzmocnienia, stałe czasowe, opóźnienie) w czasie jego działania.

Pożądane jest, aby nawet jeśli model matematyczny obiektu przyjęty w procesie projektowania nie był prawidłowy, to układ regulacji będzie stabilny a jego regulacja bliska optymalnej.

W związku z powyższym, aby zbadać odporność regulatora należy zaprojektować regulator dla obiektu o transmitancji  $G_0(s)$  (tak jak opisano w punktach II3b), a następnie sprawdzić jego działanie w sytuacji, gdy rzeczywista transmitancja obiektu  $G'_0(s)$  odbiega od tej, którą przyjęto w procesie projektowania, patrz Rys. 6.



Rys. 6. Schemat układu to analizy odporności zaprojektowanych regulatorów.

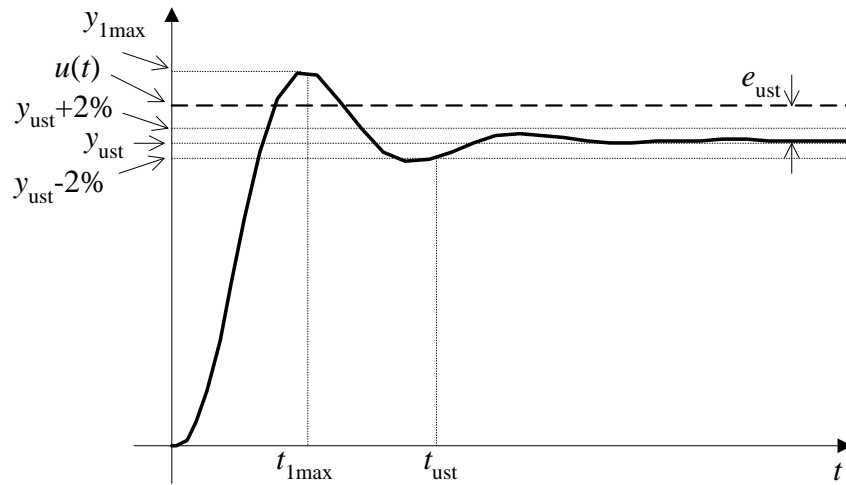
## 4. Przydatne komendy.

Projektując regulatory można posiłkować się następującymi komendami dostępnymi w programie Matlab:

`c2dm`  
`feedback`  
`series`  
`ginput`  
`help`

## Cechy statyczne i dynamiczne obiektu

Cechy statyczne oraz dynamiczne obiektu najczęściej określa się na podstawie odpowiedzi układu na skok jednostkowy  $u(t)=1(t)$ , Rys. 7.



Rys. 7. Odpowiedź układu na skok jednostkowy.

### O jakości działania układu decydują:

- cechy statyczne, czyli błąd ustalony:

$$e_{ust} = \frac{y_{ust} - u}{u} 100 \quad [\%]$$

- cechy dynamiczne, czyli przebieg w stanie nieustalonym, a przede wszystkim:

- przeregulowanie:

$$y_p = \frac{y_{1max} - y_{ust}}{y_{ust}} 100 \quad [\%]$$

- czas ustalenia: może być 2% ( $t_{u2\%}$ ) lub 5% ( $t_{u5\%}$ )